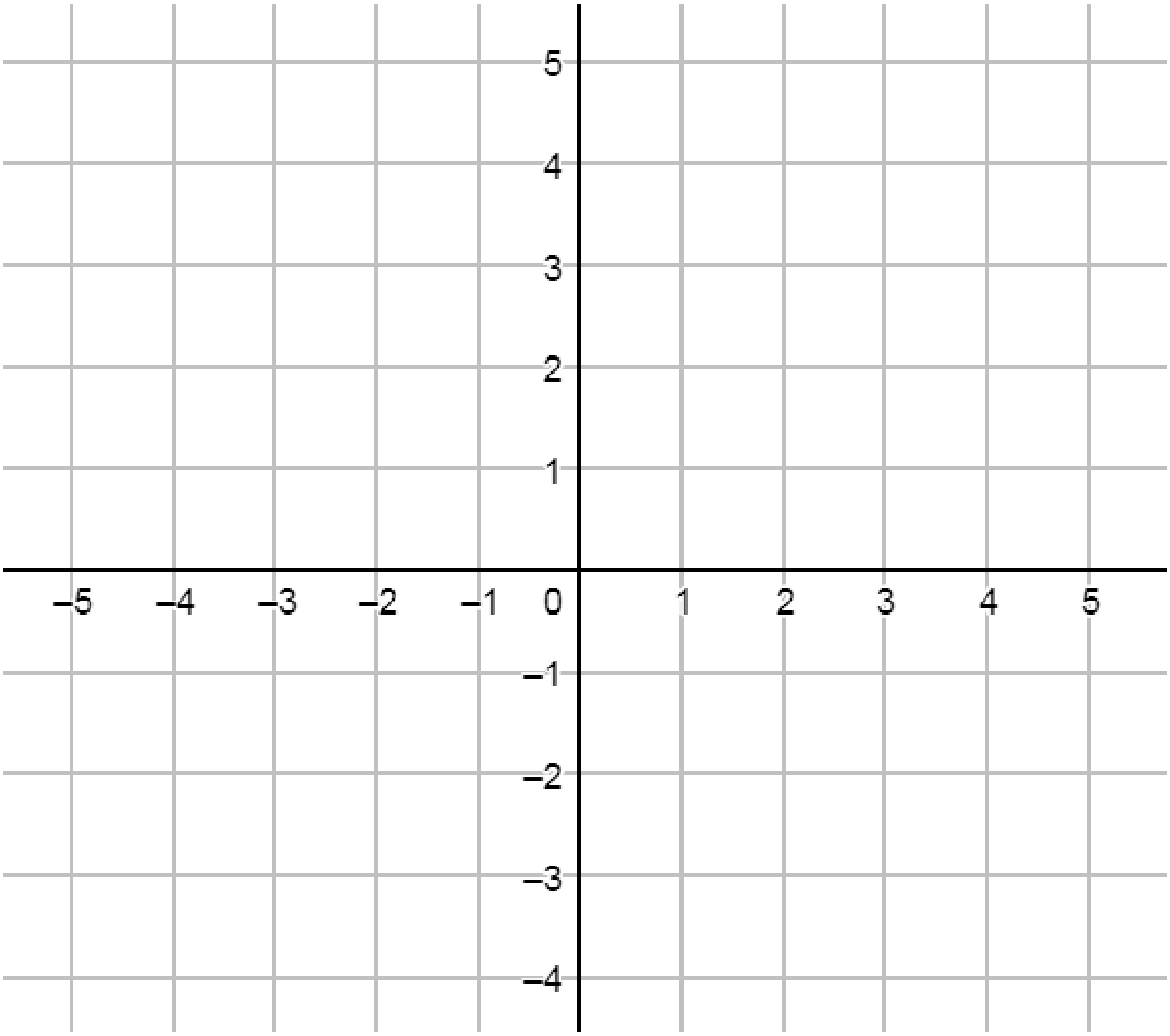
Selbstlernskript lineare Funktionen

1.1 Vom Koordinatensystem zur linearen Funktion



Informiere dich auf der nächsten Seite über die korrekte Beschriftung wichtiger Bestandteile (z.B. Bezeichnung der Achsen, der Quadranten etc…) des Koordinatensystems und füge diese dem abgebildeten Koordinatensystem hinzu.

Aufgabe 0: Beschrifte den Ursprung des Koordinatensystems.

Aufgabe 1: Zeichne die Punkte P(2 | 3), N(0 | 0), S(-1 | -1) und Q(3 | -2) in das Koordinatensystem ein.

Aufgabe 2: Bestimme anschließend in welchem Quadranten sich die Punkte befinden.

Aufgabe 3: Verbinde die Punkte P und S zur Geraden g.

Aufgabe 4: Verbinde Punt Q mit dem Ursprung zur Geraden f. Bestimme einen weiteren Punkt, der auf der Geraden f liegt und gib die vollständigen Koordinaten an.

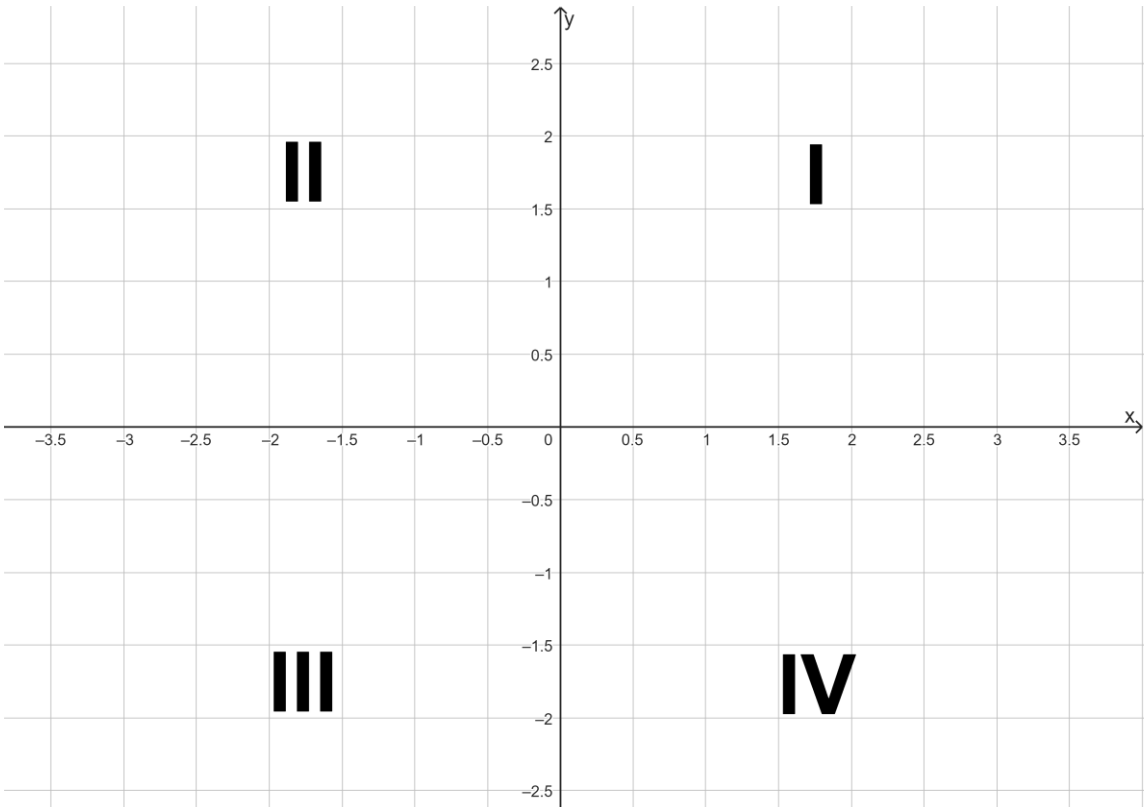
Infotext: Das Koordinatensystem

Möchte man die Lage von Punkten bestimmen, bieten sich die kartesischen Koordinatensysteme an. Mithilfe des zweidimensionalen Koordinatensystems stellt man Punkte auf einer Ebene dar. Die Verwendung von ‘kartesisch’ weist darauf hin, dass die Achsen senkrecht aufeinander stehen. Im Schnittpunkt der Achsen befindet sich der sogenannte **Ursprung** oder auch **Nullpunkt** genannt. Er hat die Koordinaten (0|0). Von dort aus gehen die Achsen nach “oben” und “rechts” ins Positive und zur jeweils anderen Seite ins Negative.

Die Achsen werden in der Regel mit X (=Abszissenachse), Y (=Ordinatenachse) beschriftet.

Um die Position eines Punktes P zu beschreiben, verwendet man die Koordinatendarstellung P(X|Y), der erste Eintrag gibt den Wert auf der X-Achse wieder, der zweite den von der Y-Achse. Die X-Koordinate von P wird Abszisse genannt, die Y-Koordinate Ordinate, gebräuchlich spricht man allerdings vom X-Wert bzw. Y-Wert.

Nehmen wir an, die genaue Lage unseres Punktes ist nicht wichtig, sondern nur in welchem Bereich er liegt. Dafür wurden Quadranten eingeführt. Das zweidimensionale Koordinatensystem ist durch die X- und Y-Achse in vier Bereiche aufgeteilt. Diese werden gegen den Uhrzeigersinn mit den römischen Ziffern I, II, III und IV gekennzeichnet, wobei man rechts oben beginnt. Nun kann man zusätzlich zur genauen Position des Punktes P den Quadranten nennen.



Anwendungen

In einem Koordinatensystem kann man vieles bildlich darstellen. Indem man einzelne Punkte miteinander verbindet, lassen sich Strecken, Flächen (bzw. Körper im dreidimensionalen Fall) oder auch Funktionen darstellen.

1.2 Lernsituation: Endlich Urlaub: Ab nach Warschau

Ihr plant einen Kurztrip nach Warschau, um gemeinsam mit Freunden ein schönes Wochenende zu verbringen. Da Polen (noch) kein Mitglied der Währungsunion ist, müsst ihr zunächst eure Euros (€) in Złoty (zł) wechseln lassen. Aktuell (Stand April 2019) erhalten Sie für 1 € ca. 4 zł. Für den Ausflug kalkulieren Sie mit nachfolgenden Kosten:

- → Zugtickets ca. 100 €
- → 2 Übernachtungen ca. 60 €
- → weitere Versorgung und Aktivitäten ca. 140 €

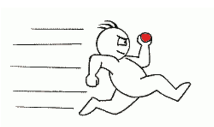
Wie viel zł benötigt ihr für den gesamten Ausflug?

<u>**Handlungsaufträge in Partnerarbeit:**</u>

1. Informiere dich über „lineare Zuordnungen“ und deren Darstellungsarten (nächste Seite oder Lernvideo durch QR-Code)
2. Stellt die Zuordnung x:€ → y:zł (**auf einem eigenen Blatt**) dar durch:

   a) Eine Wertetabelle (**€-Betrag von -2€ bis 4€, x ist €, y ist zł**)
   b) Einen Graphen in einem Koordinatensystem (**y-Achse: -2 bis 16, x-Achse: -1 bis 4**)
   c) Durch Terme bzw. eine Gleichung (**y: Betrag in zł , x: Betrag in €**)

3. Wie viel zł benötigst du für deinen Ausflug? Löst mit Hilfe der von euch erstellten Gleichung aus Aufgabe 2 c)
4. Haltet alle Rechenschritte schriftlich und nachvollziehbar fest.
5. Seid darauf vorbereitet, das Ergebnis zu präsentieren.



Schon fertig? Wie lautet die Gleichung, wenn die Zuordnung zł → € dargestellt werden soll? ***y*** *sei dabei der Betrag in € und* ***x*** *der Betrag in zł.* *Stelle die Zuordnung ebenfalls graphisch dar.*

1.2 Informationstext lineare Funktionen

Bei Funktionen werden jedem Element x (z.B. Pfund) ein Element y (z.B. Euro) zugeordnet.

Zum Beispiel können Währungen zugeordnet werden.

- 1 Pfund entsprechen 2 Euro
- 2 Pfund entsprechen 4 Euro
- 7 Pfund entsprechen 14 Euro
- -2 Pfunde entsprechen -4 Euro

Diese Zuordnung kann auf verschiedene Arten dargestellt werden.

1. Wertetabelle

Jedem x-Wert der Wertetabelle wird genau ein y-Wert zugeordnet.

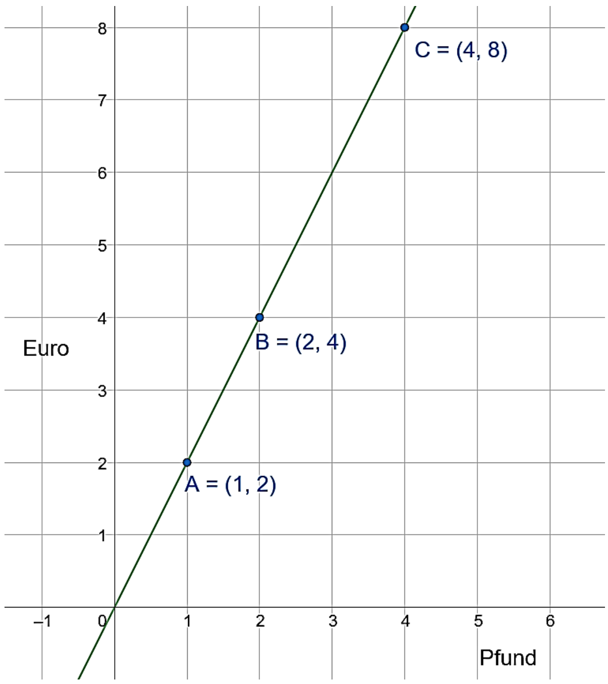
Beispiel:
Für 1 Pfund erhalte ich 2 €, für 4 Pfund erhalte ich 8 € usw. Der Faktor, mit dem die x-Werte multipliziert werden müssen, um die y-Werte zu erhalten, ist in diesem Fall 2.

x (Betrag in Pfund)	-3	0	1	4	8	10	1437
y (Betrag in €)	-6	0	2	8	16	?	?

2. Funktionsgraph

Werden die berechneten Wertepaare in ein Koordinatensystem eingezeichnet und verbunden, so entsteht der Funktionsgraph. In unserem Fall eine Gerade.

Hinweis: es werden nur 2 Wertepaare benötigt, um die Gerade eindeutig zeichnen zu können.



3. Funktionsgleichung: (y: Betrag in €, x: Betrag in Pfund)

Jeder y-Wert (Euro) ist in unserem Beispiel so groß wie 2-mal x (Pfund). Diesen Zusammenhang kann man durch eine sogenannte Funktionsgleichung darstellen.

$\boldsymbol{y = 2 * x}$ alternative Schreibweise: $\boldsymbol{f(x) = 2 * x}$ (gesprochen f von x ist gleich 2-mal x)

1.2.1 Übungsaufgaben Ursprungsgeraden

Punkte **A(-1|-2) B(0|0) C(1|2) D(2|4) E(3|6)** können verkürzt in einer sogenannten **Wertetabelle** dargestellt werden:

x	-1	0	1	2	3	**Beispiel**
y	-2	0	2	4	6	

Zeichne die nachfolgenden Punkte der Wertetabellen und die dazugehörigen Graphen in das Koordinatensystem ein.

a)

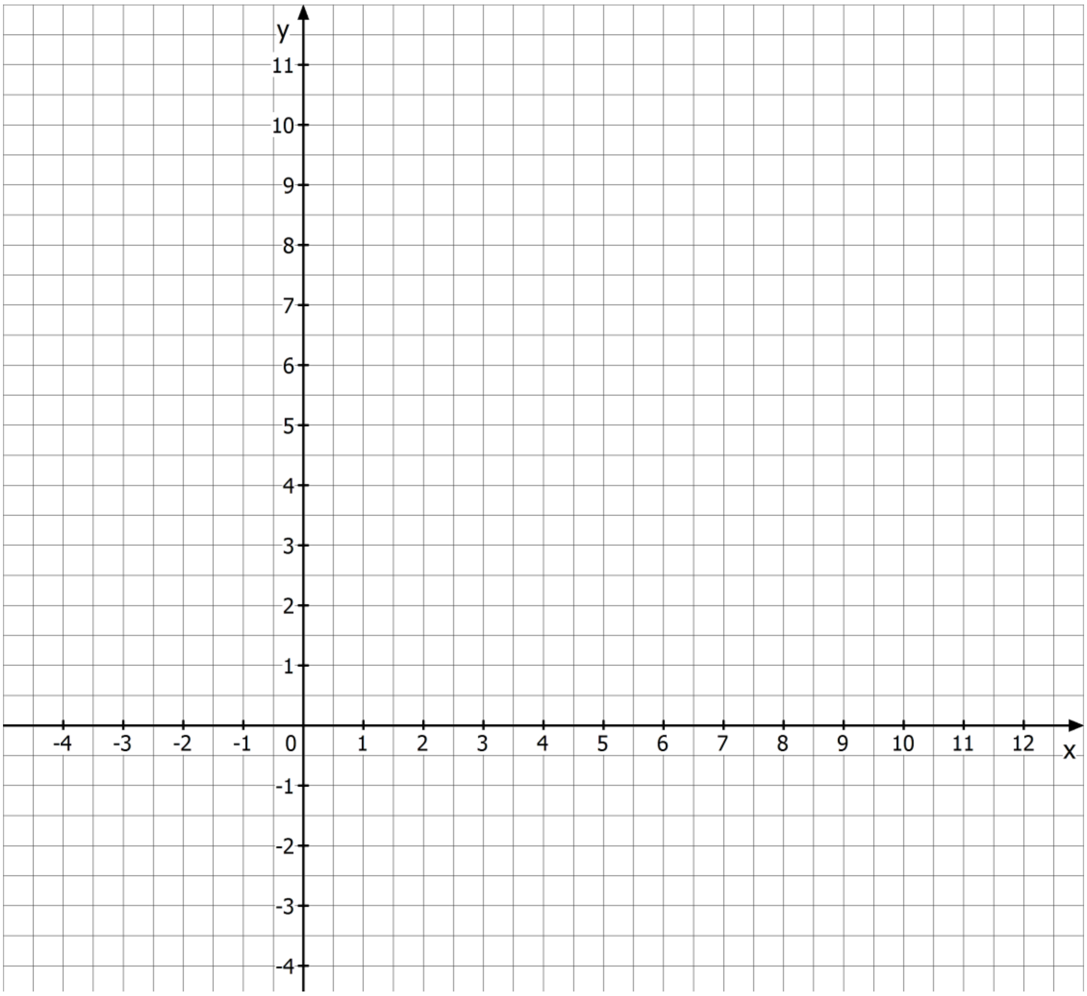
x	0	1	2	3	4
y	0	0,25	0,5	0,75	1

b)

x	1	2	3	4	5
y	-1	-2	-3	-4	-5

c)

x	-1	0	1	2	3
y	-0,5	0	0,5	1	1,5

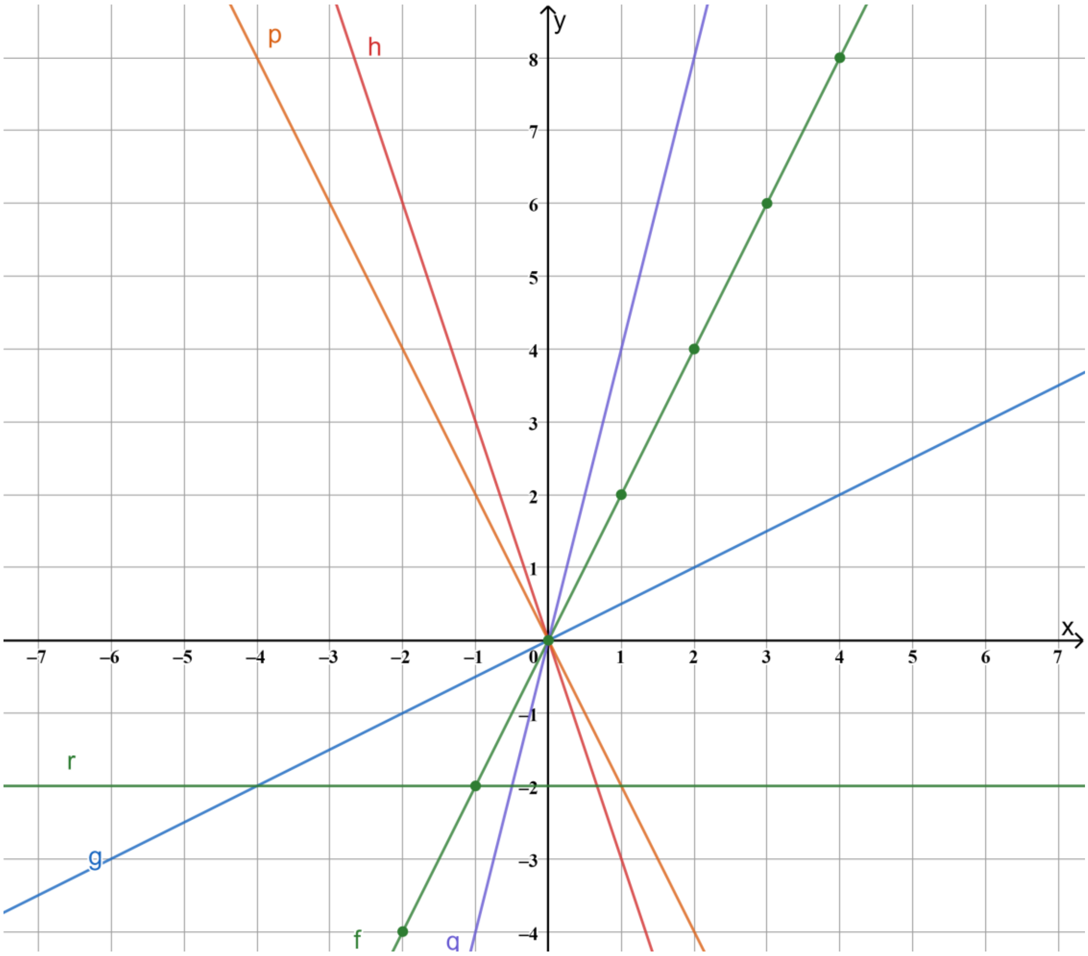


Die Wertetabellen bzw. Graphen lassen sich auch in Form mathematischer Terme festhalten. Bei **der Wertetabelle aus dem Beispiel ist** jeder y-Wert ____________ so groß wie der dazugehörige x-Wert. Wenn also der x-Wert mit 2 multipliziert wird, erhalten wir den y-Wert. Dieser Zusammenhang lässt sich durch eine sogenannte ___________________________ festhalten: y = ____________________ bzw. f(x) = __________________ .

Aufgabe 3: Wie lauten die Funktionsgleichungen zu den Funktionsgraphen aus Teilaufgabe a), b) und c) ?

1.2.2 Übungsaufgaben Ursprungsgeraden II

Du hast bereits gelernt, dass lineare Funktionen auf mindestens 3 verschiedene Arten, nämlich durch eine Wertetabelle, einen Funktionsgraphen oder durch eine Funktionsgleichung dargestellt werden können.



a) Ordne den Funktionsgraphen die passende Funktionsgleichung zu, indem du den entsprechenden Buchstaben in die Tabelle einträgst.

	$f(x) = 0.5x$		$y = -3x$		$f(x) = 4x$
	$y = -2$		$y = 2x$		$y = -2x$

b) Ordne die Wertetabelle dem passenden Funktionsgraphen zu.

Funktionsgleichung:

x	-2	0	1	3
y	-4	0	2	6

Funktionsgleichung:

x	0	1	2	3
y	0	0,5	1	1,5

Funktionsgleichung:

x	-3	1	5	20
y	-2	-2	-2	-2

c) Erstelle für nachfolgende Funktionsgleichungen eine Wertetabelle (**x von [-4 bis 4], Schrittweite 1**) und zeichne die Funktionsgraphen in dein Heft! Das Koordinatensystem sollte für beide Achsen von -5 bis 5 gehen.

1. $y = 0.5x$
2. $f(x) = 4 * x$
3. $y = -1 * x$
4. $y = 1.5 * x$
5. $y = 2x$
6. f(x) = $-\ 0{,}25x$

1.3 Lineare Funktionen der Form $y = m * x$ bzw. $f(x) = m * x$

a) Vervollständige die Wertetabellen zu den nachfolgenden Funktionen. Zeichne anschließend den dazugehörigen Graphen in das Koordinatensystem, indem du die Punkte aus der **Wertetabelle** (x und y-Wert) in das Koordinatensystem übernimmst. **Hinweis:** f(x) ist eine andere Schreibeweise für y.

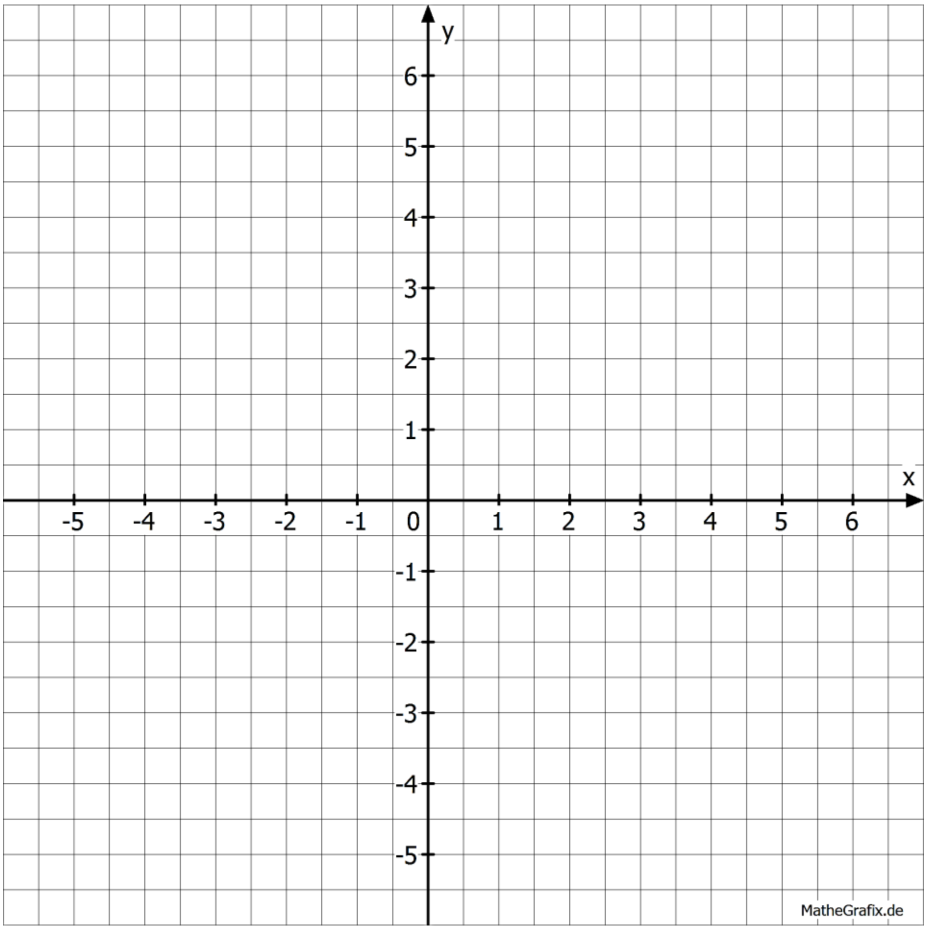
Funktion 1	**x**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$f(x) = 2x$	y									

Funktion 2	**x**	**-5**	**-3**	**-1**	**0**	**1**	**3**	**5**	**7**	**22**
$y = -2x$	y									

Funktion 3	**x**	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$f(x) = 3x$	y									

Funktion 4	**x**	**-8**	**-4**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**4**	**8**
$y = -0{,}5x$	y									

b) Wie groß ist die Steigung der vier Funktionsgraphen?
Informiere dich auf der nächsten Seite, was die Steigung m beduetet. Fülle anschließend die Lücken des Textes am Ende der Seite aus.



Ursprungsgeraden, also Geraden die durch den Ursprung (__|__) verlaufen, haben allgemein die Funktionsgleichung: ___________________________

Der Parameter „m“ gibt die ____________________________ eines Graphen an.

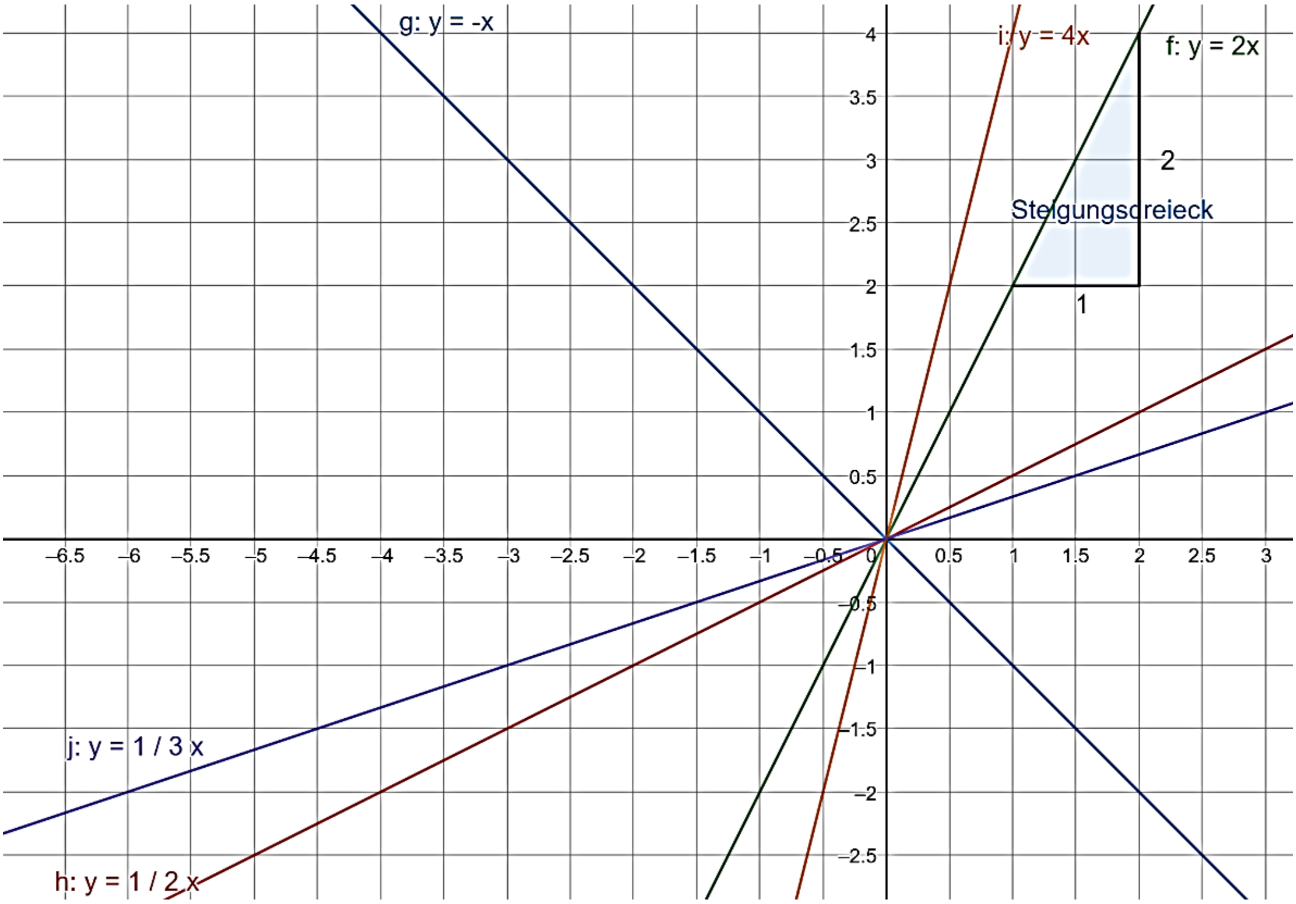
Die Steigung kann mit Hilfe eines sogenannten _____________________________ ermittelt werden.

1.3.1 Infotext: Lineare Funktionen der Form $y = m * x$ (Ursprungsgeraden)

Der Faktor „m“ vor dem „x“ gibt die Steigung einer Geraden an. Die Steigung zeigt uns, ob und wie stark die Gerade steigt oder fällt. Wenn „m“ positiv ist (z.B. $+2$), dann steigt der Graph, bei negativen Werten für m (z.B. -1) fällt der Funktionsgraph. Man kann die Steigung mit Hilfe eines **Steigungsdreiecks** messen.

Lineare Funktionen dieser Form (z.B. $y = 2 * x$) gehen immer durch den Ursprung (0|0), deshalb nennt man diese auch Ursprungsgeraden. Die Steigung m für die Funktion „$f: y = 2x$“ berechnet sich als 2:1 = 2 (Werte aus Steigungsdreieck, siehe Graphik). Wir gehen also im Steigungsdreieck von einer beliebigen Stelle am Funktionsgraph einen „Schritt“ nach rechts und dann so weit nach oben bzw. unten, bis wir wieder auf dem Funktionsgraph landen.

Zwischenaufgabe: Zeichne ein Steigungsdreieck für die Funktionen g, j und h in das Koordinatensystem. Bestimme daraus die Steigung der jeweiligen Funktion.



1.3.2 Teste dein Wissen: Übung $y = m * x$:

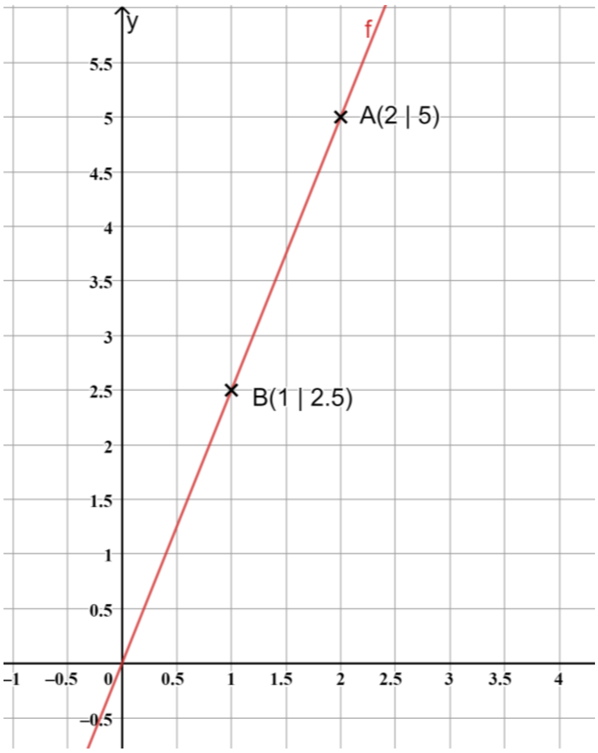
Vervollständige die 4 Wertetabellen zu den nachfolgenden Funktionen, zeichne anschließend die dazugehörigen Graphen in ein selbst erstelltes Koordinatensystem ein und gib die jeweilige Steigung „m“ an. Hinweis: f(x) ist eine andere Schreibeweise für y.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
1. $y = x$													
2. $f(x) = -1 * x$													

3. $f(x) = -0{,}5 * x$													
4. $y = -1{,}5 * x$													

1.3.3 Steigung m berechnen

Die Steigung einer linearen Funktion kannst du nicht nur ablesen, sondern auch berechnen. Wie das geht, wird dir anhand des nachfolgenden Beispiels erklärt:



- 2 Punkte, die auf Funktionsgraph liegen, werden benötigt
- Jeder Punkt besteht aus x- und y-Wert **(x|y)**

Formel zur Berechnung (siehe Merkhilfe!)

$$\mathbf{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}$$

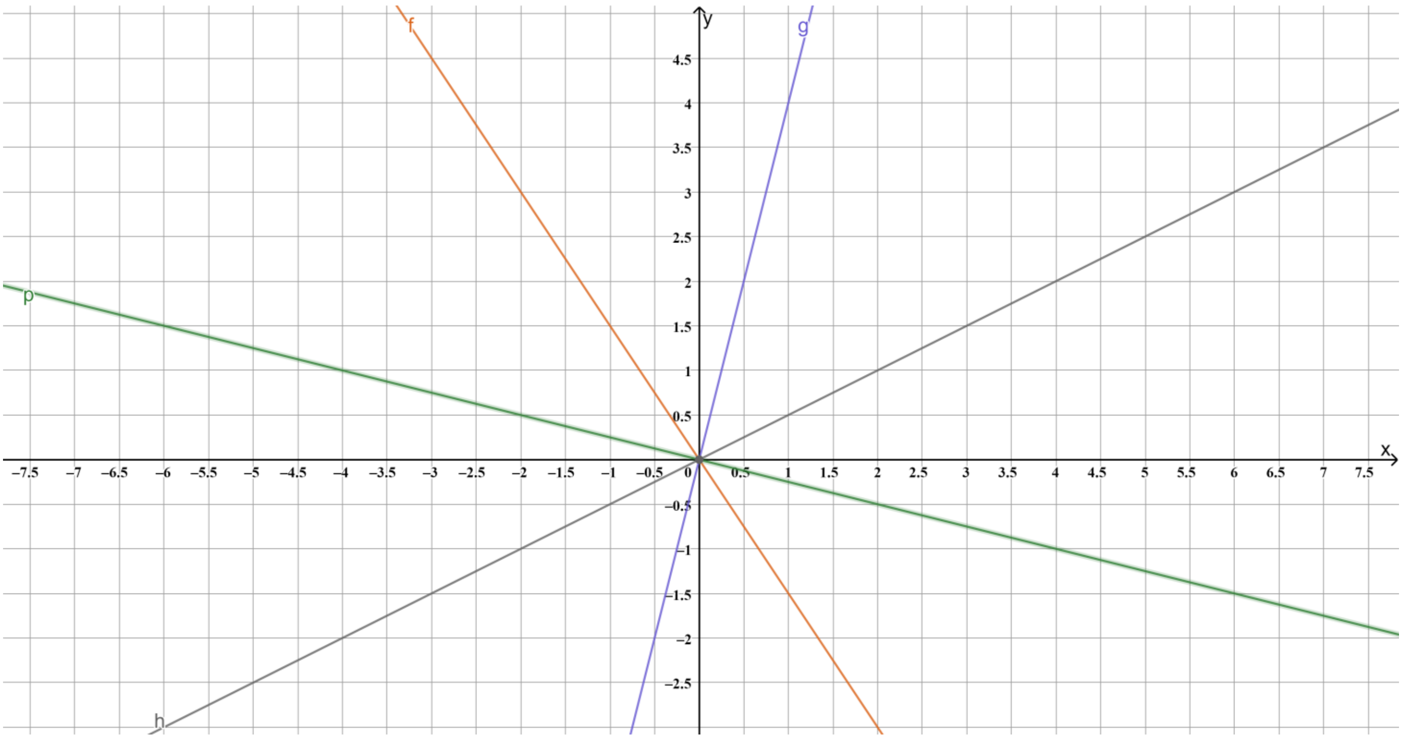
- x_1 ist der x – Wert des ersten und x_2 der des zweiten Punktes
- y_1 ist der y – Wert des ersten und y_2 der des zweiten Punktes

Steigung zwischen A (2|5) und B (1|2,5)

$$m = \frac{5-2{,}5}{2-1} = \frac{2{,}5}{1} = \mathbf{2{,}5}$$

1.3.4. Übungsaufgaben Steigung m berechnen

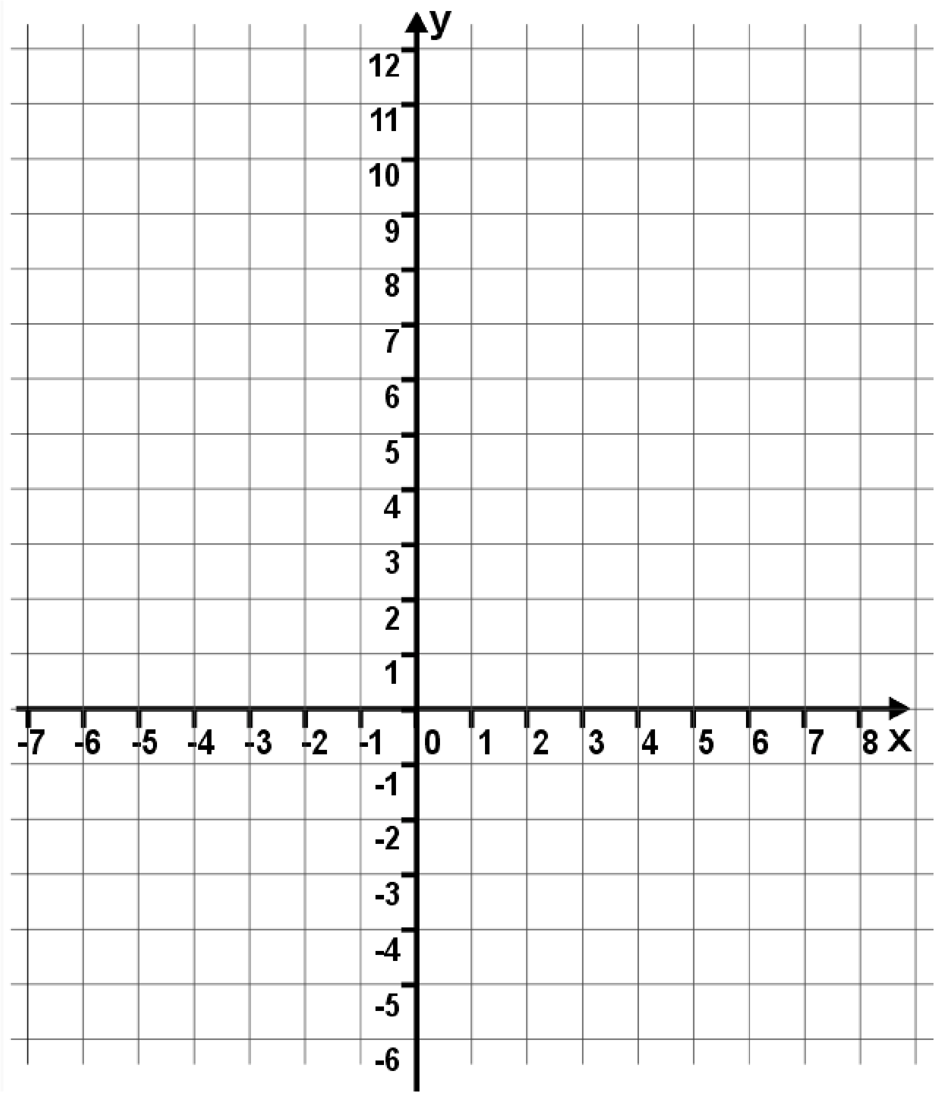
Berechne die Steigung der nachfolgenden Funktionsgraphen. Wähle selbst 2 Punkte pro Funktionsgraph, die du gut ablesen kannst.



1.4 Lineare Funktionen der Form $y = m * x + t$

Arbeitsauftrag: Vervollständige die 4 Werttabellen zu den nachfolgenden Funktionen. Zeichne anschließend die dazugehörigen Graphen in das Koordinatensystem. Informationen findest du auf der nächsten Seite.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y = x$										
$f(x) = x + 2$										
$f(x) = x + 5$										
$f(x) = x - 3$										



Den Parameter „t“ einer linearen Funktion der Form $y = m * x + \_$ nennt man

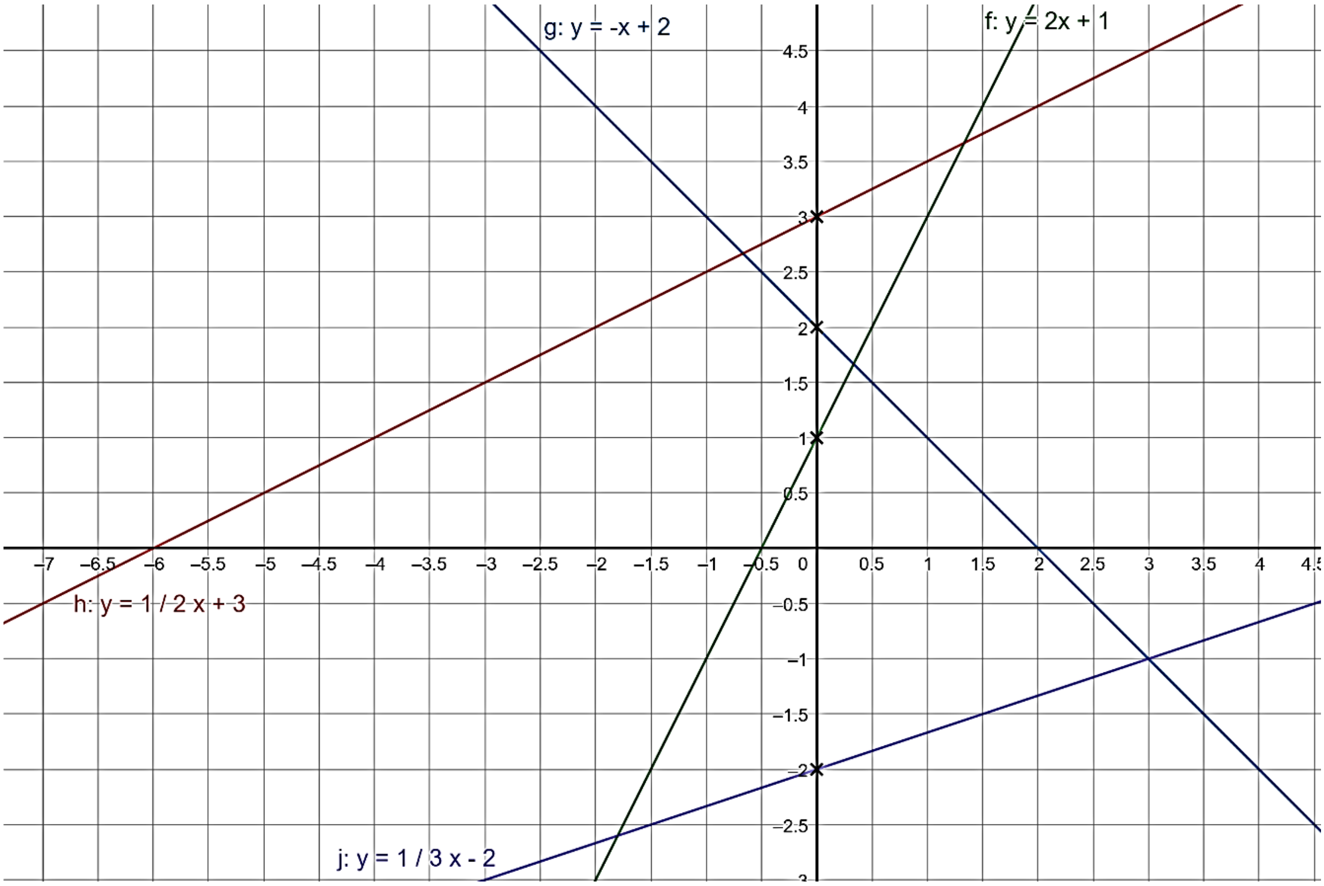
__________________________.

Auf dieser Höhe schneidet der Funktionsgraph die y- Achse.

1.4.1 Infotext: Lineare Funktionen der Form $\boldsymbol{y = m * x + t}$

Ergänzt man zu den Ursprungsgeraden ($y = m * x$) den Parameter „t“ werden diese um „t-Einheiten“ entlang der y-Achse verschoben. Die Geraden schneiden die-Achse im Punkt (0|t), hier mit einem Kreuz markiert.

Zum Beispiel für $y = 2x + 1$: Der Funktionsgraph schneidet **die y-Achse** im Punkt (0|1). Dieser Schnittpunkt wird deshalb als y-Achsenabschnitt bezeichnet.



1.4.2 Teste dein Wissen: Übungsaufgaben

Vervollständige die Werttabellen zu den nachfolgenden Funktionen. Zeichne anschließend die dazugehörigen Graphen in ein Koordinatensystem in deinem Heft. Überlege dir vorher, wo der Funktionsgraph die y-Achse schneidet. Tipp: Du kannst diese Information direkt aus der Funktionsgleichung herauslesen (siehe 1.4.1).

	x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7
a)	$y = x + 4$													
b)	$y = -x - 1$													
c)	$y = 2x - 5$													
d)	$y = -0.5x + 2$													

Du verstehst nicht, wie man Wertetabellen erstellt? Gib bei YouTube „Wertetabelle erstellen lineare Funktionen“ ein und informiere dich!

1.4.3 Bestimme durch Ablesen aus dem Funktionsgraphen die Funktionsgleichung

Die allgemeine Form für lineare Funktionen lautet $\boldsymbol{y = m * x + t}$ bzw. $\boldsymbol{f(x) = m * x + t}$.

Suche und markiere die allgemeine Form in deiner Merkhilfe!

Wenn du die Funktionsgleichung zu einem gegebenen Funktionsgraphen angeben sollst, musst du also immer herausfinden, wie groß die Steigung „m“ und der y-Achsenabschnitt „t“ ist.

Wichtig: y und x bleiben als Variable stehen! Schau dir das abgebildete Beispiel genau an und bestimme dann die Funktionsgleichungen der abgebildeten Funktionsgraphen (f bis j).

Um 3 nach oben, bis du beim Graphen ankommst.

$m = \frac{3}{1}$

Um 1 nach rechts

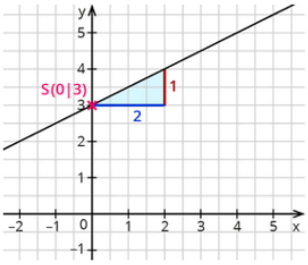
Um 3 nach unten, bis du beim Graphen ankommst.

$m = -\frac{3}{1}$

Um 1 nach rechts

Beispiele:

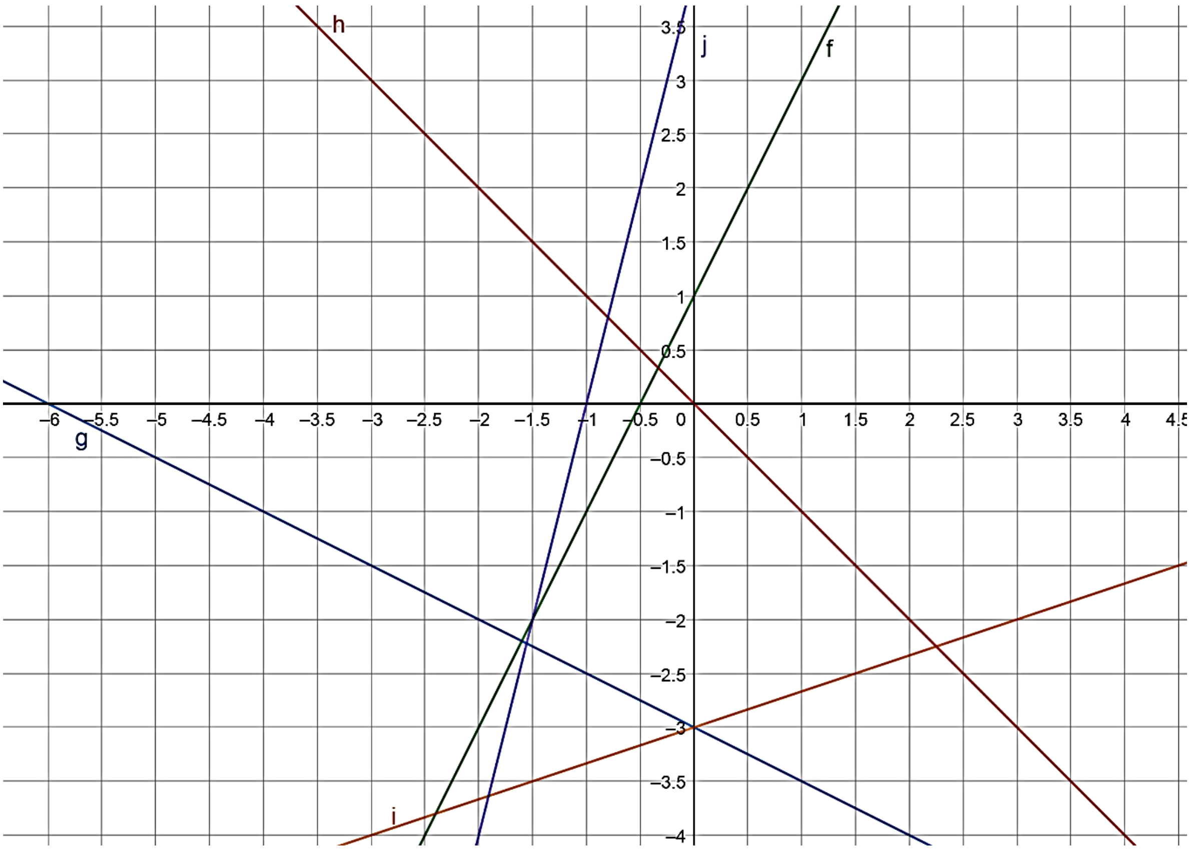
1) nach rechts und nach oben gehen



1. Schritt: Lies den Schnittpunkt des Graphen mit der y-Achse ab: $S(0 \mid 3)$. Damit ist t = 3

2. Schritt: Gehe von diesem Punkt aus um 2 nach **rechts** und um 1 nach **oben**. Damit ist $m = \frac{1}{2} = 0{,}5$.

3. Schritt: Setze t = 3 und $m = 0{,}5$ in die allgemeine Funktionsgleichung ein: $f(x) = 0{,}5x + 3$.



f(x) =	i(x) =
g(x) =	j(x) =
h(x) =	

1.5 Liegt Punkt auf Gerade? (Schreibweise: Ist P ∈ der Geraden)

Gegeben sei die Funktionsgleichung $I: f(x) = 2x + 2$ Vervollständigen Sie nachfolgenden Wertetabelle

x	**-4**	**-3**	**-2**	**-1**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
$f(x) = 2x + 2$									

1) Zeichnen Sie den zugehörigen Funktionsgraphen in ein selbst erstelltes Koordinatensystem [x- und y-Achse von -5 bis 5 skaliert]
2) Zeichne die Punkte A (1|4), B (-3|-3), C (0|2) D (0|-4) in das Koordinatensystem. Welche Punkte liegen auf dem Funktionsgraphen?
3) Bestimme rechnerisch, ob die Punkte A,B,C und D ∈ von f(x) sind (∈=**Element,** also auf der Geraden liegen)

Beispiel 2: Liegen die Punkte $A(2|-1)$ und $B(3|5)$ auf der Geraden $y = -3x + 5$?

Lösungsweg:

Man löst solche Aufgaben, indem man die Koordinaten des Punktes in die Funktionsgleichung der Geraden einsetzt. Wir schauen erst ob der Punkt $A(\overset{x}{2}|\overset{y}{-1})$ auf der Geraden liegt:

$$\begin{aligned} y &= -3x + 5 && |\text{Werte einsetzen} \\ -1 &= -3 \cdot 2 + 5 && |\text{auswerten} \\ -1 &= -6 + 5 && |\text{auswerten} \\ -1 &= -1 \end{aligned}$$

$-1 = -1$ ist eine **wahre** Aussage, der Punkt $A(2|-1)$ erfüllt die Gleichung $y = 2x + 1$: Der Punkt liegt auf der Geraden.

Nun setzt man die Koordinaten des Punktes $B(3|5)$ in die Gleichung ein:

$$\begin{aligned} y &= -3x + 5 && |\text{Werte einsetzen} \\ 5 &= -3 \cdot 3 + 5 && |\text{auswerten} \\ 5 &= -9 + 5 \\ 5 &= -4 \end{aligned}$$

$5 = -4$ ist eine **falsche** Aussage: der Punkt $B(3|5)$ liegt **nicht** auf der Geraden.

1.5.1 Übungsaufgabe

Gegeben sei die Funktionsgleichungen $g(x) = -\frac{1}{3}x - 4$ **und** $h(x) = 2x + 3$

a) Zeichnen Sie die Funktionsgraphen in ein selbst erstelltes Koordinatensystem [x- und y-Achse von -5 bis 5 skaliert]

b) Bestimmen Sie rechnerisch ob die Punkte A(0|-4) B(2|3) und C(1|-3) auf dem Funktionsgraphen g(x) liegen.

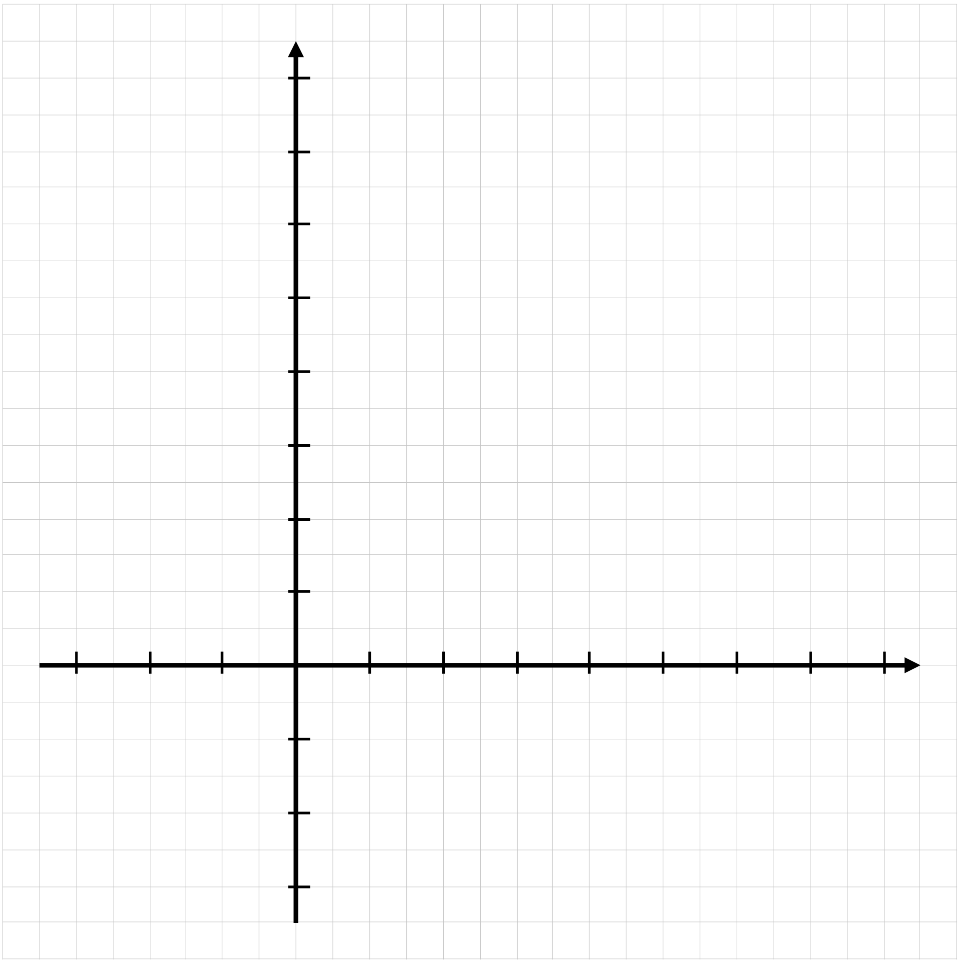
c) Bestimmen Sie rechnerisch ob die Punkte A(-2 I 1) B(1 I 5) C(-3 I -3) und D(2 I 6) auf dem Funktionsgraphen h(x) liegen.

d) Bestimmen Sie rechnerisch die fehlenden Koordinaten für folgenden Punkte: D(3|?), F(0,5|?) und G(-3|?) für beide Funktionen. Hinweis: setzte den x-Wert in die Funktionsgleichung ein. Du erhältst dadurch den gesuchten y-Wert.

1.6 Wir bestimmen rechnerisch die Funktionsgleichung ($y = m * x + t$)

Zeichne den Graphen der linearen Funktion, der durch die Punkte **A(1|2)** und **B(3|5)** geht und bestimme anschließend die vollständige Funktionsgleichung.

Du musst hierfür die Steigung m und den y-Achsenabschnitt t bestimmen. Wie das geht, wird dir auf den nachfolgenden Seiten erklärt.



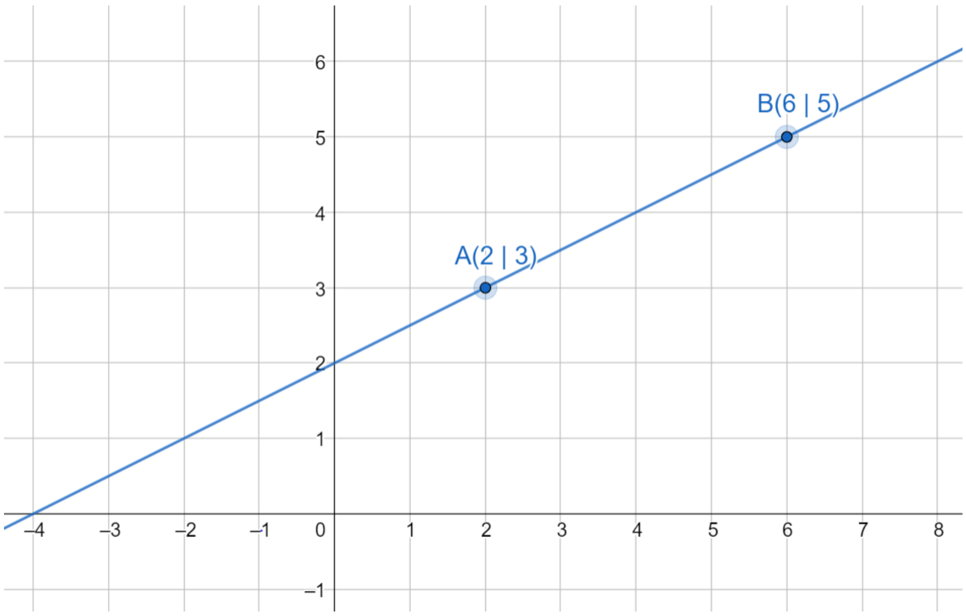
Rechnerische Bestimmung der Funktionsgleichung durch die Punkte A(1|2) und B(3|5):

1.6.1 Rechnerische Bestimmung des y-Achsenabschnitts „t“ und der Funktionsgleichung

3) Bestimme **rechnerisch** die Gleichung der linearen Funktion (=Funktionsgleichung) durch die zwei gegebenen Punkte. Du musst dazu zunächst die Steigung (m) und anschließend den y-Achsenabschnitt (t) berechnen. Eine Erklärung findest du in der nachfolgenden Infobox, oder durch Aufrufen des Lernvideos am Ende der Seite. Diese Aufgabe kommt in (fast) jeder AP dran!

a) A(1|2); B(5|4) b) C(-4|-3); D(1|3) c) E(2|3); F(-5|-3)

Beispiel: Ein Gerade verläuft durch die Punkte A(2|3) und B(6|5). Berechnen Sie die Funktionsgleichung.



Allgemein lautet die Funktionsgleichung $\boldsymbol{y = m * x + t}$. Dein Ziel ist nun, die Steigung m und den y-Achsenabschnitt t zu berechnen.

1. Berechnung der Steigung: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5-3}{6-2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5$

➔ Zwischenergebnis: $y = 0.5 * x + t$

2. Berechnung des y-Achsenabschnitts t: Hierfür müssen die Koordinaten eines Punktes (A oder B) in das Zwischenergebnis eingesetzt werden. Ich entscheide mich hier für Punkt A(2|3).

$3 = 0.5 * (2) + t$

$3 = 1 + t$ |-1

$2 = t$

3. Notiere nun die vollständige Funktionsgleichung. Fertig ☺

$y = 0.5x + 2$

4) Überprüfe deine Ergebnisse aus Aufgabe 3, indem du die Funktionsgraphen in ein selbst erstelltes Koordinatensystem zeichnest,

1.7 gemischte Übungsaufgaben

Aufgabe 1:
a) Zeichnen Sie ein Koordinatensystem mit 4 Quadranten, jeweils von – 7 bis + 7 auf den Achsen.
b) Beschriften Sie die Achsen des Koordinatensystems.
c) Markieren Sie den Ursprung und bestimmen Sie diesen Punkt (P1).
d) Zeichen Sie den Punkt P2 (4 | 3) in das Koordinatensystem ein.
e) Zeichnen Sie eine Gerade durch die Punkte P1 und P2.
f) Berechnen Sie die Steigung m dieser Geraden.
g) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Geraden.
h) Erstellen Sie eine Wertetabelle und bestimmen Sie die Werte für y, mit x = 1, 2, 3, 4

Aufgabe 2:
a) Zeichnen Sie die folgenden Punkte in ein Koordinatensystem ein:
P1 (1 | 3) und P2 (3 | 5)
b) Zeichnen Sie eine Gerade durch die Punkte P1 und P2.
c) Berechnen Sie die Steigung dieser Geraden
d) Bestimmen Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden.

Aufgabe 3: Zeichnen und berechnen Sie aus den folgenden Punkten jeweils die Geraden(gleichung):
$a)\ A\ (\ 1\ |\ 2\ )\ und\ B\ (-\ 1\ \ |\ 2\ )$
$b)\ C\ (-\ 1\ |-\ 4\ )\ und\ D\ (\ 2\ |\ 8\ )$
$c)\ E\ (\ 3\ |\ 1\ )\ und\ F\ (-\ 6\ |-\ 2\ )$
$d)\ G\ (\ 4\ |\ 2\ )\ und\ H\ (-\ 4\ |\ 0\ )$

Aufgabe 4: Zeichnen Sie die folgenden Funktionen:
a) y = 0,5 x
b) y = 2 x + 4
c) y = 3 x – 2
d) y = – 0,5 x + 5
e) x = – 3

Aufgabe 5:
a) Bestimmen Sie die Funktionsgleichung, die durch die Punkte A (2 | 2) und B (- 2 | 6) verläuft.
c) Zeichnen Sie die Funktion in ein Koordinatensystem ein.
d) Zeichnen Sie die erste Winkelhalbierende (y=x) in dieses Koordinatensystem ein.

Aufgabe 6 **Zeichne die Funktionsgraphen der linearen Funktionen.**
$a)\ y = 2x + 3$
$b)\ y = 3x - 2$
$c)\ y = x + 2$
$d)\ y = -2x + 3$
$e)\ \ y = -x + 1$

Aufgabe 7 **Zeichne die Funktionsgraphen.**
$a)\ y = 2x$
$b)\ y = -3x$
$c)\ y = x$
$d)\ y = -x$
$e)\ y = 2$
$f)\ \ y = -1$

Aufgabe 8 **Liegen die die Punkte auf der Geraden mit der Gleichung h: $y = 3x - 2$. Zeichne zunächst den Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem und überprüfe dein Ergebnis anschließend rechnerisch.**
a) A (2 | 3)
b) B (4 | 7)
c) C (−2 | −8)
d) D (2 | 4)

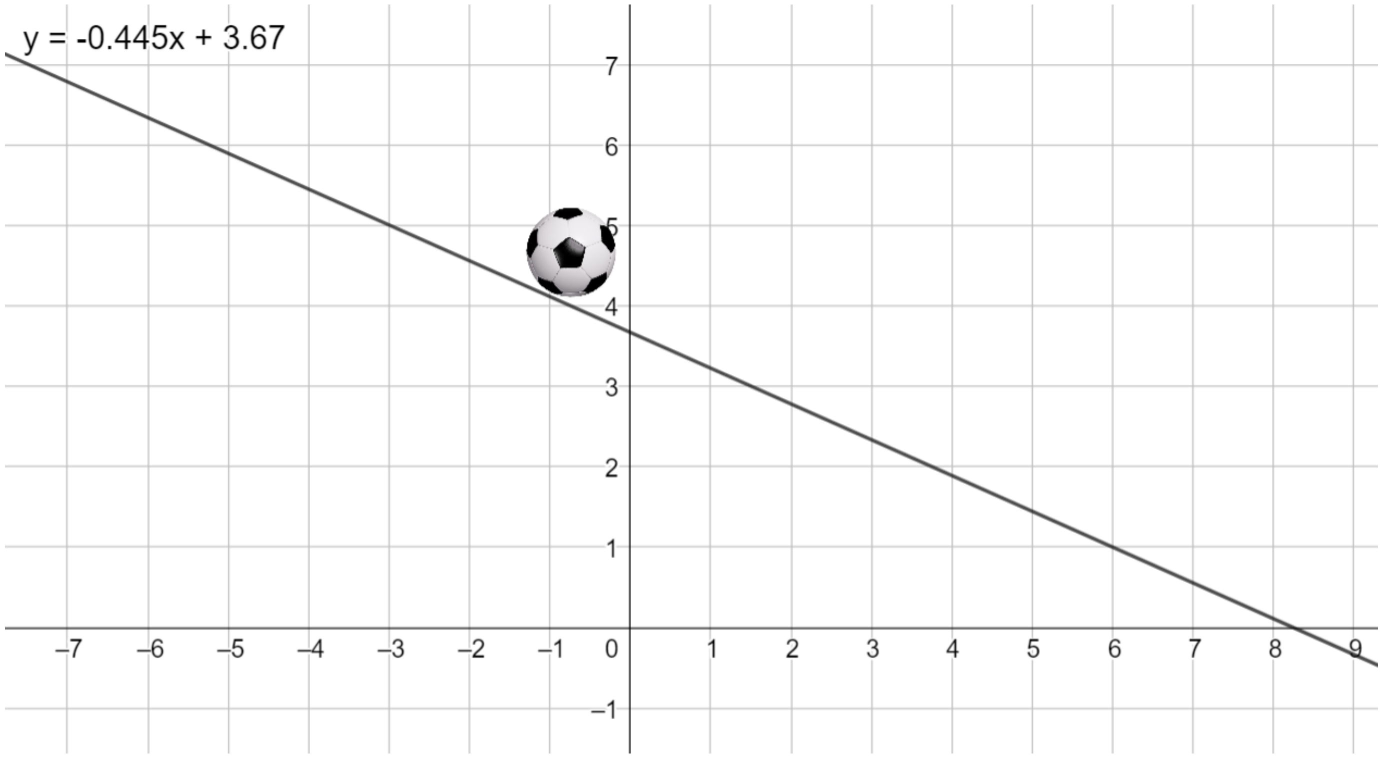
Aufgabe 9 **Bestimme die fehlende Koordinate so, dass die Punkte auf der Geraden g: $y = 2x + 5$ liegen.**
a) A (1 | y)
b) B (4 | y)
c) C (−3 | y)
d) D (x | −1)
e) E (x | 9)
f) F (x | 12)

Aufgabe 10 **Bestimme die Steigung der Geraden, die durch die Punkte P und Q geht.**
a) P (2 | 5); Q (4 | 11)
b) P (1 | 6); Q (−3 | 10)
c) P (4 | 3); Q (9 | 8)
d) P (1 | 1); Q (13 | 7)
e) P (3 | 2); Q (7 | 0)
f) P (5 | 11); Q (3 | 11)

Aufgabe 11 **Stelle die Funktionsgleichung der Geraden auf, die durch die Punkte P und Q geht.**
a) P (1 | 5); Q (4 | 4)
b) P (2 | −1); Q (−2 | 7)
c) P (4 | 9); Q (−4 | 5)
d) P (0,5 | 3,5); Q (1,5 | 11,5)
e) P (4 | −4); Q (−2 | 5)
f) P (1 | 6); Q (−3 | −4)

1.8 Situation: Berechnung der Nullstelle

Ein Ball rollt von einer Rampe, die durch die Funktionsgleichung $y = -0{,}445x + 3{,}67$ dargestellt werden kann. Der Boden wird durch die x-Achse dargestellt.



a) Bestimme durch Ablesen aus dem Graphen den Punkt N, an dem der Ball auf den Boden aufkommt.

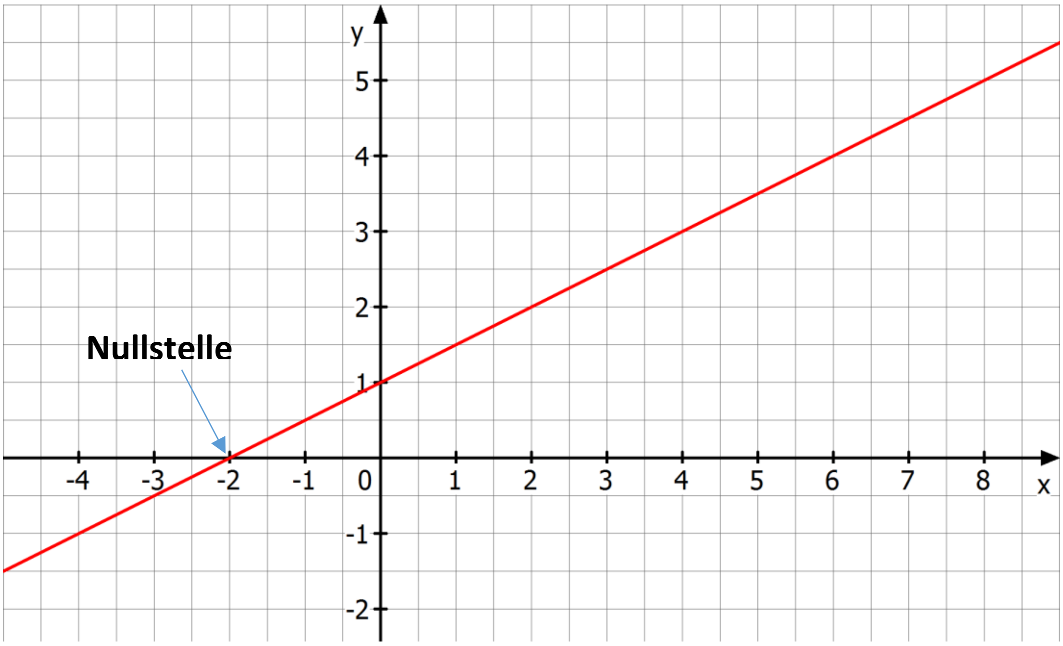
Punkt N (____ | ____)

b) Bestimme den Punkt N rechnerisch. Informiere dich darüber auf dem nächsten Blatt oder im Internet.

Informationstext: Berechnung der Nullstelle

Lernvideo „**Berechnung der Nullstellen**“ im YouTube-Kanal -> Playlist „Lineare Funktionen“

Bei der Untersuchung von linearen Funktionen interessiert man sich oftmals für den Schnittpunkt mit der x-Achse. In dem nachfolgenden Koordinatensystem ist der Graph der linearen Funktion y = 0,5x + 1 eingezeichnet.
Der Schnittpunkt mit der x-Achse besitzt die Koordinaten: S(−2 | 0).



Die y-Koordinate eines Schnittpunktes mit der x-Achse ist **immer** Null. Aus diesem Grund genügt es, die x-Koordinate anzugeben. Diese x-Koordinate hat einen speziellen Namen: **Die Nullstelle**.

Nullstelle berechnen

Wir wissen bereits, dass eine Nullstelle genau dann vorliegt, wenn die y-Koordinate Null ist.
Der Rechenansatz für eine Nullstelle lautet also: $y = 0$

Vorgehensweise

1. Funktion gleich Null setzen ($y = 0$)
2. Gleichung mit Hilfe von Äquivalenzumformungen nach x auflösen

Berechnung der Nullstelle zur Funktion y = 0,5x + 1

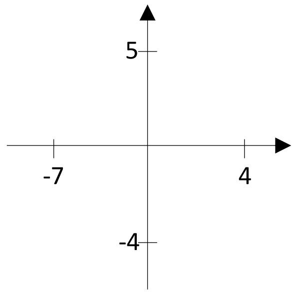
1. Funktion gleich Null setzen: 0 = 0,5x + 1

2. Gleichung mit Hilfe von Äquivalenzumformungen nach x auflösen

   0 = 0,5x + 1 | -1
   -1 = 0,5x | : (0,5)
   -2 = x

=> Die Nullstelle ist bei $x = -2$ und hat der Nullpunkt hat die Koordinaten $(-2|0)$

Platzbedarf:



1.8.1 Übungsaufgaben Nullstellenberechnung

1) Gegeben sind die linearen Funktion $y_1 = \frac{1}{2}x + 3$ und $y_2 = 4x - 2$.

a) Zeichne die Graphen der Funktionen in dein Heft.
b) Markiere und berechne die Nullstellen (=Schnittpunkte mit der x-Achse).
c) Gib den dazugehörigen y – Achsenabschnitt an.

2) Berechne die Nullstellen der linearen Funktionen in deinem Heft.

a) y = 5x -4 **b)** y = -3x -1 **c)** y = 2x +4 **d)** y= -x +3,5 **e)** y = -0,4x -3 **f)** y= -2x +3

Ordne die die Buchstaben der richtigen Lösung zu.

Aufgabe						
Nullstelle x_0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{5}$	-2	3,5	-7,5

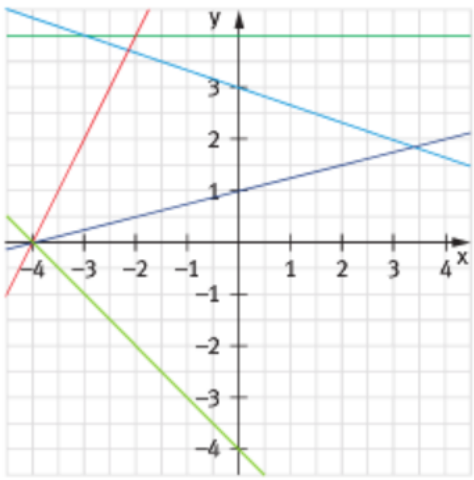
1.7.2 weitere Übungsaufgaben Nullstellenberechnung

1) Zeichne die Graphen in ein Koordinatensystem und lies die Nullstellen ab.		2) Berechne die Nullstellen.	
a) $y=-\frac{2}{3}x+1$	b) $y=2x-4$	a) $y=7x+21$	b) $y=2x-4$
c) $y=-3{,}5x+2$	d) $y=-\frac{5}{3}x-5$	c) $y=\frac{3}{2}x-6$	d) $y=-\frac{5}{4}x+5$
e) $y=-0{,}6x$	f) $y=-2$	e) $y=-0{,}5x$	f) $y=+3$

1. **Löse nachfolgenden Aufgaben.**

Ordne die Funktionsgraphen den Beschreibungen zu.

1 Die Funktion hat den größten Anstieg.
2 Der Graph der Funktion ist fallend und verläuft durch den I. Quadranten.
3 Die zugehörige Funktion hat den Wertebereich y = 4.
4 Der Punkt K (4 | 2) liegt auf dem Graphen der Funktion.
5 Die Nullstelle der Funktion ist $x_0 = -4$.



2. **Gegeben sei die Funktion** $h: y = \frac{1}{4}x - 0{,}5$.

a) Zeichne den Graphen der Funktionsgleichung in ein Koordinatensystem.
b) Berechne den Schnittpunkt des Graphen mit der x-Achse und beschreibe in Stichpunkten dein Vorgehen. Hilfe findest du in deinen Unterrichtsmaterialien
c) Wie nennt man den Schnittpunkt mit der x-Achse?

3. **Berechne die Nullstellen der linearen Funktionen. Überprüfen deine Ergebnisse, indem du die Funktionsgraphen in ein Koordinatensystem zeichnest.**

a) $f(x) = x + 4$ **b)** $f(x) = x$ **c)** $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ **d)** $y = -2x + \frac{1}{3}$ **e)** $y = 3x + 2$

1.8.2 gemischte Übungsaufgaben

Gegeben sei die Funktionen f(x) = 0,25 x - 0,75, g(x) = - x + 3, h(x) = -0,5 x + 1,5

1. Erstelle für die 3 Funktionsgleichungen eine Wertetabelle im Bereich -4 ≤ x ≤ 5

2. Zeichne die drei Funktionen in ein von dir erstelltes Koordinatensystem im Bereich:

$$-4 \le x \le 5 \; und -3 \le y \le 5 \; (2 \; Kästchen = 1 \; LE)$$

3. Berechne **rechnerisch nachvollziehbar** die Werte f(3,2), g(-5), g(1,6), h(126) und h(1,75)

4. Wie lauten die Funktionsgleichungen der unten abgebildeten Geraden? Bestimme durch Ablesen!